

Die folgenden Beispiele illustrieren die im beiliegenden Dokument „Matrizen Leitfragen Mathematik“ beschriebenen Prozeduren. Es gilt zu beachten, dass die Vorgehensweise die gleiche für den 3P- und den 5P-Mathematikurs ist. Es wird empfohlen, den Leitfaden zuerst zu lesen.

1. GENERISCHE MATRIZEN

Die ursprünglichen Excel-Tabellen für diese Matrizen stehen zur Verwendung zur Verfügung. Bitte beachten Sie die Mitteilungen des Mathematikinspektors.

1.1. Generische Matrix MA 3P

| EUROPÄISCHES ABITUR - Generische MA 3P Matrix | | | | | | | |
|---|-------|--------------------------------------|------------------------------------|----------|--------------|-------------------------------|----------|
| Teilbereich | Frage | Lernziele (auf den Lehrplan bezogen) | Bewertungsschema für diese Aufgabe | | | | |
| | | | Wissen und Verständnis | Methoden | Problemlösen | Interpretation u. Verknüpfung | Σ |
| Teil A ohne Rechner | | | | | | | |
| Analysis | A1 | | | | | 0,0 | |
| Analysis | A2 | | | | | 0,0 | |
| Analysis | A3 | | | | | 0,0 | |
| Analysis | A4 | | | | | 0,0 | |
| Analysis | A5 | | | | | 0,0 | |
| Wahrscheinlichkeit | A6 | | | | | 0,0 | |
| Wahrscheinlichkeit | A7 | | | | | 0,0 | |
| Statistik | A8 | | | | | 0,0 | |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 12,0 | 18,0 | 8,0 | 2,0 | 40,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 | |

Die gelb markierten Felder können ausgefüllt werden, alle anderen sind gesperrt.
 Die Summen sind in verschiedenen Farben markiert: grün: ok
 orange: in der Toleranz
 rot: unzulässig

Für jede einzelne Frage des B-Teils (B1, B2,...) gibt es eine grössere Toleranz beim Verteilen der Noten; jedoch muss die Gesamtgewichtung der Noten für den ganzen B-Teil (mit Rechner) berücksichtigt werden.

| Teil B Mit Rechner | | | | | | |
|--|--------------|------------------------|------|------|------|-----|
| B1 | B1a | | | | | 0,0 |
| Analysis | B1b | | | | | 0,0 |
| Genau 3 Teilfragen | B1c | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | Richtlinie: | 3,0 | 4,5 | 2,0 | 0,5 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 |
| B2 | B2a | | | | | 0,0 |
| Analysis | B2b | | | | | 0,0 |
| | B2c | | | | | 0,0 |
| Mindertanz 4 Teilfragen | B2d | | | | | 0,0 |
| Höchstanz 5 Teilfragen | (B2e) | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | Richtlinie: | 4,5 | 6,8 | 3,0 | 0,8 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 |
| B3 | B3a | | | | | 0,0 |
| Wahrscheinliche | B3b | | | | | 0,0 |
| | B3c | | | | | 0,0 |
| Mindertanz 4 Teilfragen | B3d | | | | | 0,0 |
| Höchstanz 5 Teilfragen | (B3e) | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | Richtlinie: | 4,5 | 6,8 | 3,0 | 0,8 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 |
| B4 (and B5) | B4a | | | | | 0,0 |
| Statistik | B4b | | | | | 0,0 |
| | B4c | | | | | 0,0 |
| Wenn keine Frage B5, dann muss B4 beinhalten... | B4d or B5a | | | | | 0,0 |
| Mindertanz 5 Teilfragen | B4e or B5b | | | | | 0,0 |
| Höchstanz 6 Teilfragen | (B4f) or B5c | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | Richtlinie: | 6,0 | 9,0 | 4,0 | 1,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 |

| Total Teil B mit Rechner | | | | | | |
|--------------------------|--|------------------------|------|------|------|-----|
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | Richtlinie: | 18,0 | 27,0 | 12,0 | 3,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 |

| Total A and B | | | | | | |
|---------------|--|---------------------|------|------|------|-----|
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | Guideline: | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 |
| | | Tolerance (Points): | 4,0 | 5,0 | 3,0 | 2,0 |

1.2. Generische Matrix MA 5P

| EUROPÄISCHES ABITUR- Generische MA-5P Matrix | | | | | | | |
|---|-------|--------------------------------------|------------------------------------|----------|--------------|-------------------------------|------|
| Teilbereich | Frage | Lernziele (auf den Lehrplan bezogen) | Bewertungsschema für diese Aufgabe | | | | Σ |
| | | | Wissen und Verständnis | Methoden | Problemlösen | Interpretation u. Verknüpfung | |
| Teil A ohne Rechner | | | | | | | |
| Analysis | A1 | | | | | | 0,0 |
| Geometrie | A2 | | | | | | 0,0 |
| Wahrscheinlichkeit | A3 | | | | | | 0,0 |
| Folgen | A4 | | | | | | 0,0 |
| Komplexe Zahlen | A5 | | | | | | 0,0 |
| Analysis oder Geometrie oder Wahrscheinlichkeit | A6 | | | | | | 0,0 |
| Analysis oder Geometrie oder Wahrscheinlichkeit | A7 | | | | | | 0,0 |
| Total ohne Rechner | | | | | | | |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 7,5 | 12,0 | 9,0 | 1,5 | 30,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 1,0 | 2,0 | 2,0 | 1,0 | |
| Teil B mit Rechner | | | | | | | |
| B1 | a | | | | | | 0,0 |
| Analysis | b | | | | | | 0,0 |
| | c | | | | | | 0,0 |
| Minimum 4 Teilfragen | d | | | | | | 0,0 |
| | e | | | | | | 0,0 |
| | f | | | | | | 0,0 |
| | g | | | | | | 0,0 |
| Höchstens 8 Teilfragen | | | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 5,0 | 8,0 | 6,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |
| B2 | a | | | | | | 0,0 |
| Geometrie | b | | | | | | 0,0 |
| | c | | | | | | 0,0 |
| Minimum 4 Teilfragen | d | | | | | | 0,0 |
| | e | | | | | | 0,0 |
| | f | | | | | | 0,0 |
| | g | | | | | | 0,0 |
| Höchstens 8 Teilfragen | | | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 5,0 | 8,0 | 6,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |

| | | | | | | | |
|-------------------------|-------------|------------------------|------|------|------|-----|------|
| B3 | a | | | | | | 0,0 |
| Wahrscheinlichkeit | b | | | | | | 0,0 |
| | c | | | | | | 0,0 |
| Mindestens 4 Teilfragen | d | | | | | | 0,0 |
| | e | | | | | | 0,0 |
| | f | | | | | | 0,0 |
| | g | | | | | | 0,0 |
| Höchstens 8 Teilfragen | h | | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 5,0 | 8,0 | 6,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |
| B4 oder B4 und B5 | B4a | | | | | | 0,0 |
| Folgen | B4b | | | | | | 0,0 |
| und/oder | B4c | | | | | | 0,0 |
| Komplexe Zahlen | B4d od. B5a | | | | | | 0,0 |
| | B4e od. B5b | | | | | | 0,0 |
| | B4f od. B5c | | | | | | 0,0 |
| | | | | | | | 0,0 |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 2,5 | 4,0 | 3,0 | 0,5 | 10,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |

| Total mit Rechner | | | | | | | |
|-------------------|--|------------------------|------|------|------|-----|------|
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 17,5 | 28,0 | 21,0 | 3,5 | 70,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |

| Total A und B | | | | | | | |
|---------------|--|------------------------|------|------|------|-----|-------|
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | 100,0 |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 5,0 | 4,0 | 2,0 | |

2. MATRIZEN DER SCHRIFTLICHEN ABITURPRÜFUNGEN

Um die im beiliegenden Dokument „Matrizen Leitfaden Mathematik“ beschriebenen Verfahren zu illustrieren, verwenden diese Matrizen die Abiturarbeiten von 2019.

2.1. Matrix der schriftlichen Abiturprüfung MA 3P (Abiturprüfung vom 11. Juni 2019)

| EUROPÄISCHES ABITUR - Matrix der schriftlichen Prüfung MA 3P (11. Juni 2019) | | | | | | | |
|--|-------|--|------------------------------------|----------|--------------|-------------------------------|------|
| Teilbereich | Frage | Lernziele (auf den Lehrplan bezogen) | Bewertungsschema für diese Aufgabe | | | | Σ |
| | | | Wissen und Verständnis | Methoden | Problemlösen | Interpretation und Verknüpfen | |
| Teil A ohne Rechner | | | | | | | |
| Analysis | A1 | Eine Exponentialgleichung lösen | 3,0 | 2,0 | | | 5,0 |
| Analysis | A2 | Die Gleichung einer Tangente bestimmen | 1,0 | 2,0 | 2,0 | | 5,0 |
| Analysis | A3 | Ein mögliches Schaubild erstellen | 2,0 | 2,0 | 1,0 | | 5,0 |
| Analysis | A4 | Eine Stammfunktion bestimmen | 1,0 | 3,0 | 1,0 | | 5,0 |
| Analysis | A5 | Einen Flächeninhalt berechnen | 2,0 | 2,0 | 1,0 | | 5,0 |
| Wahrscheinlichkeit | A6 | Eine Wahrscheinlichkeit bestimmen | 2,0 | 2,0 | 1,0 | | 5,0 |
| Wahrscheinlichkeit | A7 | Bestimmen einer Wahrsch./Binomalverteilung | 2,0 | 3,0 | | | 5,0 |
| Statistik | A8 | Median, Quartile bestimmen-in Boxplot darstellen | 2,0 | 3,0 | | | 5,0 |
| | | S | 15,0 | 19,0 | 6,0 | 0,0 | 40,0 |
| | | % | 37,5 | 47,5 | 15,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 12,0 | 18,0 | 8,0 | 2,0 | 40,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 | |
| Teil B Mit Rechner | | | | | | | |
| B1 | B1a | Graphen skizzieren-Koordinate von Schnittpunkten best. | 2,0 | 2,0 | | | 4,0 |
| Analysis | B1b | Inhalt einer Fläche zw. Graphen berechnen | 1,0 | 1,0 | | | 2,0 |
| Genau 2 Teilfragen | B1c | Koord. des Punktes best., wo Tangente zu Gerade ist | 0,0 | 2,0 | 2,0 | | 4,0 |
| | | S | 3,0 | 5,0 | 2,0 | 0,0 | 10,0 |
| | | % | 30,0 | 50,0 | 20,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 3,0 | 4,5 | 2,0 | 0,5 | 10,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 | |
| B2 | B2a | Exponentialfunktion- Werte bestimmen | 1,0 | 1,0 | | | 2,0 |
| Analysis | B2b | Schaubild zeichnen | 1,0 | 2,0 | | | 3,0 |
| | B2c | Grenzwert einer Funktion errechnen und interpretieren | | | 1,0 | 2,0 | 3,0 |
| Mindestens 4 Teilfragen | B2d | Eine Exponentialgleichung lösen | 2,0 | 1,0 | | | 3,0 |
| Höchstens 5 Teilfragen | (B2e) | Maximum der Wachstumsrate bestimmen | 1,0 | 2,0 | 1,0 | | 4,0 |
| | | S | 5,0 | 6,0 | 2,0 | 2,0 | 15,0 |
| | | % | 33,3 | 40,0 | 13,3 | 13,3 | |
| | | Richtlinie: | 4,5 | 6,8 | 3,0 | 0,8 | 15,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 | |

| | | | | | | | |
|---|--------------|---|------|------|------|------|-------|
| B3 | B3a | Bedingte Wahrscheinl. rechnen (Normalverteilung) | | 2,0 | 1,0 | | 3,0 |
| Wahrscheinliche | B3b | Bedingte Wahrscheinlichkeit errechnen | | 1,0 | 2,0 | | 3,0 |
| | B3c | idem | | | 1,0 | 2,0 | 3,0 |
| Minidertanz 4 Teilfragen | B3d | Wahrscheinlichkeit bestimmen (Binomialverteilung) | 2,0 | 1,0 | | | 3,0 |
| Höchstanz 5 Teilfragen | (B3e) | idem | 1,0 | 2,0 | | | 3,0 |
| | | S | 3,0 | 6,0 | 4,0 | 2,0 | 15,0 |
| | | % | 20,0 | 40,0 | 26,7 | 13,3 | |
| | | Richtlinie: | 4,5 | 6,8 | 3,0 | 0,8 | 15,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 | |
| B4 (and B5) | B4a | Streudiagramm und Schabild zeichnen (Expon. M.d.J.) | 2,0 | 3,0 | | | 5,0 |
| Statistik | B4b | Wert schätzen | 1,0 | 1,0 | | | 2,0 |
| | B4c | Exponentialgleichung lösen | | 2,0 | 1,0 | | 3,0 |
| Wenn keine Frage B5, dann muss B4 beinhalten... | B4d or B5a | Exponentielle Regression bestimmen | | 4,0 | | | 4,0 |
| Minidertanz 5 Teilfragen | B4e or B5b | Jährliche Wachstumsrate analysieren | 1,0 | 1,0 | 1,0 | | 3,0 |
| Höchstanz 6 Teilfragen | (B4f) or B5c | Wert schätzen und Ergebnisse | | | 2,0 | 1,0 | 3,0 |
| | | S | 4,0 | 11,0 | 4,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | % | 20,0 | 55,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Richtlinie: | 6,0 | 9,0 | 4,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 | |
| Total Teil B mit Rechner | | | | | | | |
| | | S | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 |
| | | % | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 18,0 | 27,0 | 12,0 | 3,0 | 60,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 3,0 | 4,0 | 2,0 | 2,0 | |
| Total | | | | | | | |
| | | S | 30,0 | 47,0 | 18,0 | 5,0 | 100,0 |
| | | % | 30,0 | 47,0 | 18,0 | 5,0 | |
| | | Richtlinie: | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | 100,0 |
| | | % | 30,0 | 45,0 | 20,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 4,0 | 5,0 | 3,0 | 2,0 | |

Die gelb markierten Felder können ausgefüllt werden, alle anderen sind gesperrt.

Die Summen sind in verschiedenen Farben markiert:

- grün: ok
- orange: in der Toleranz
- unzulässig

Für jede einzelne Frage des B-Teils (B1, B2,...) gibt es eine grössere Toleranz beim Verteilen der Noten; jedoch muss die Gesamtgewichtung der Noten für den ganzen B-Teil (mit Rechner) berücksichtigt werden

2.2. Matrix der schriftlichen Abiturprüfung MA 5P (Abiturprüfung vom 11. Juni 2019)

| EUROPÄISCHES ABITUR- Matrix der schriftlichen Prüfung MA 5P | | | | | | | | |
|---|-------|---|------------------------------------|----------|---------------|-------------------------------|----------|------|
| Teilbereich | Frage | Lernziele (auf den Lehrplan bezogen) | Bewertungsschema für diese Aufgabe | | | | | |
| | | | Wissen und Verständnis | Methoden | Problemlösung | Interpretation u. Verknüpfung | Σ | |
| Teil A ohne Rechner | | | | | | | | |
| Analysis | A1 | Den Begriff einer Stammfunktion verstehen; $P(x)/Q(x)$ wobei $P(x)$ und $Q(x)$ Polynomfunktionen vom Grad 2 oder weniger sind | 1,0 | 1,0 | 2,0 | | 4,0 | |
| Geometrie | A2 | Die gegenseitige Lagebeziehung bestimmen Gerade/Kugel | 1,0 | 3,0 | 0,0 | | 4,0 | |
| Wahrscheinlichkeit | A3 | Baumdiagramme von bedingten Ereignissen erstellen (Ziehen ohne Zurücklegen) | 1,0 | 2,0 | 2,0 | | 5,0 | |
| Folgen | A4 | Den Grenzwert einer Folge berechnen ausgehend von einer rekursiv definierten Folge in einfachen Fällen | 1,0 | 2,0 | 1,0 | | 4,0 | |
| Komplexe Zahlen | A5 | Betrag und Argument einer Produkt- oder Quotienten von zwei komplexen Zahlen bestimmen | 2,0 | 1,0 | 1,0 | | 4,0 | |
| Analysis oder Geometrie oder Wahrscheinlichkeit | A6 | Charakteristische Merkmale einer Funktion anhand der Graphen der Ableitungsfunktion bestimmen; Tangente in diesem Punkt | | 1,0 | 2,0 | 1,0 | 4,0 | |
| Analysis oder Geometrie oder Wahrscheinlichkeit | A7 | Die gegenseitige Lagebeziehung bestimmen Punkt/Gerade | | 2,0 | 2,0 | 1,0 | 5,0 | |
| Total A (ohne Rechner) | | | | | | | | |
| | | | S | 6,0 | 12,0 | 10,0 | 2,0 | 30,0 |
| | | | % | 20,0 | 40,0 | 33,3 | 6,7 | |
| | | | Richtlinie: | 7,5 | 12,0 | 9,0 | 1,5 | 30,0 |
| | | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | | Toleranz (in Punkten): | 1,0 | 2,0 | 2,0 | 1,0 | |

| Teil B (mit Rechner) | | | | | | | | |
|------------------------|---|--|------------------------|------|------|------|-----|------|
| B1 | a | Sämtliche oben genannte Funktionen auf folgende Merkmale untersuchen: Asymptote am Graphen | 1,0 | 1,0 | | | 2,0 | |
| Analysis | b | id. Ableitungen | 2,0 | 1,0 | | | 3,0 | |
| | c | id. Wendepunkte | 1,0 | 2,0 | | | 3,0 | |
| Minimum 4 Teilfragen | d | Integralrechnung auf Berechnung von Flächeninhalten in der Ebene | 1,0 | 2,0 | | | 3,0 | |
| | e | Sämtliche obenq. Funktionen auf folgende Merkmale unters.: Stetigkeit | 2,0 | 1,0 | | | 3,0 | |
| | f | id. Differenzierbarkeit | | 2,0 | 1,0 | | 3,0 | |
| | g | Berechnung von Flächeninhalten in der Ebene | | 1,0 | 2,0 | | 3,0 | |
| Höchstens 8 Teilfragen | | | | | | | 0,0 | |
| | | | S | 7,0 | 10,0 | 3,0 | 0,0 | 20,0 |
| | | | % | 35,0 | 50,0 | 15,0 | 0,0 | |
| | | | Richtlinie: | 5,0 | 8,0 | 6,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |
| B2 | a | Gleichungen einer Ebene aufstellen (S6) | 1,0 | 2,0 | | | 3,0 | |
| Geometrie | b | Spitzen Winkel zwischen Ebenen erstellen | | 3,0 | | | 3,0 | |
| | c | Skalarprodukt zweier Vektoren bestimmen; Betrag einer Vektors | | 1,0 | 2,0 | | 3,0 | |
| Minimum 4 Teilfragen | d | c) Am Flächeninhalt anwenden | 1,0 | 1,0 | | | 2,0 | |
| | e | Senkrechte Projektion bestimmen | | | 2,0 | 1,0 | 3,0 | |
| | f | Die gegenseitige Lagebeziehung bestimmen: Gerade/Ebene | | 1,0 | 2,0 | | 3,0 | |
| | g | Abstand von Punkt zu Gerade bestimmen | | 1,0 | 2,0 | | 3,0 | |
| Höchstens 8 Teilfragen | | | | | | | 0,0 | |
| | | | S | 2,0 | 9,0 | 8,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | | % | 10,0 | 45,0 | 40,0 | 5,0 | |
| | | | Richtlinie: | 5,0 | 8,0 | 6,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |

| | | | | | | | |
|-------------------------|-----|--|------|------|------|------|------|
| B3 | a | Baumdiagramme erstellen (Ziehen mit Zurücklegen) (S6) | 1,0 | 2,0 | | | 3,0 |
| Wahrscheinliche | b | Bayes' Theorem | 1,0 | 2,0 | | | 3,0 |
| | c | Die Wahrscheinlichkeit einer binomial verteilten Zufallsvariablen bestim. | 2,0 | 1,0 | | | 3,0 |
| Mindertens 4 Teilfragen | d | Kumulative Wahrscheinlichkeiten einer diskreten Zufallsvariablen bestimmen | | 1,0 | 2,0 | | 3,0 |
| | e | Daten anhand eines Diagramms untersuchen (Normalverteilung) | 1,0 | | | | 1,0 |
| | f | Summenfunktion und Zusammenhang mit der Integralrechnung | 1,0 | 1,0 | | | 2,0 |
| | g | Erwartungsw., Varianz und Standardabweichung einer stet. Zufallsvar. best. | 2,0 | 1,0 | | | 3,0 |
| Höchstens 8 Teilfragen | h | Eine Normalverteilung nutzen | | 1,0 | 1,0 | | 2,0 |
| | | S | 8,0 | 9,0 | 3,0 | 0,0 | 20,0 |
| | | % | 40,0 | 45,0 | 15,0 | 0,0 | |
| | | Richtlinie: | 5,0 | 8,0 | 6,0 | 1,0 | 20,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Toleranz (in Punkten): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |
| B4 oder B4 und | B4a | Die Glieder einer Folge berechnen | | 1,0 | | | 1,0 |
| Folgen | B4b | Probl. lösen welche die Eigenschaften arithm. und geom. Folgen beinhalten | | | 1,0 | 1,0 | 2,0 |
| und/oder | B4c | Eine rekursive Folge in Abhängigkeit von n darstellen | | | 1,0 | 1,0 | 2,0 |
| Komplexe Zahlen | B5a | Eine komplexe Zahl graphisch darstellen | 1,0 | | | | 1,0 |
| | B5b | Betrag und Argument einer Prod./Quoti. von zwei kompl. Zahlen bestimmen | | 2,0 | | | 2,0 |
| | B5c | Betrag und Argument einer Prod./Quoti. von zwei kompl. Zahlen bestimmen | | 2,0 | | | 2,0 |
| | | | | | | | 0,0 |
| | | | | | | | 0,0 |
| | | S | 1,0 | 5,0 | 2,0 | 2,0 | 10,0 |
| | | % | 10,0 | 50,0 | 20,0 | 20,0 | |
| | | Guideline: | 2,5 | 4,0 | 3,0 | 0,5 | 10,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Tolerance (Points): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |

| Total mit Rechner | | | | | | | |
|-------------------|--|---------------------|------|------|------|-----|-------|
| | | S | 18,0 | 33,0 | 16,0 | 3,0 | 70,0 |
| | | % | 25,7 | 47,1 | 22,9 | 4,3 | |
| | | Guideline: | 17,5 | 28,0 | 21,0 | 3,5 | 70,0 |
| | | % | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | |
| | | Tolerance (Points): | 2,0 | 4,0 | 3,0 | 1,0 | |
| Total | | | | | | | |
| | | S | 24,0 | 45,0 | 26,0 | 5,0 | 100,0 |
| | | % | 24,0 | 45,0 | 26,0 | 5,0 | |
| | | Guideline: | 25,0 | 40,0 | 30,0 | 5,0 | 100,0 |
| | | Tolerance (Points): | 3,0 | 5,0 | 4,0 | 2,0 | |

3. BEISPIEL FÜR SCHRIFTLICHES ABITUR (MA 3P 11. JUNI 2019)

Als Beispiel wird hier das MA-3P-Dokument vom 11. Juni 2019 beigefügt. Der gleiche Ansatz kann auf die vorigen Abiturprüfungen für 3P und 5P angewendet werden.

MATHEMATIK 3 STUNDEN TEIL A

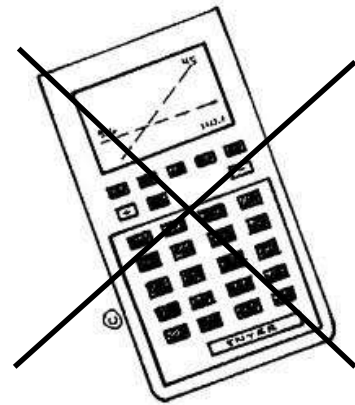
DATUM : 11. Juni 2019, Nachmittag

DAUER DER PRÜFUNG:

1 Stunde (60 Minuten)

ERLAUBTE HILFSMITTEL:

Prüfung ohne technologisches Hilfsmittel
Bleistift für Zeichnungen



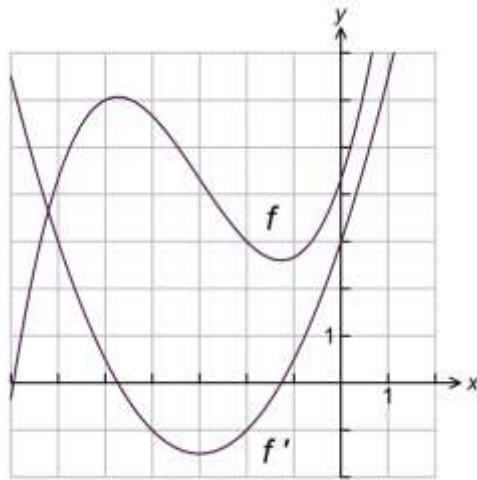
BESONDERE ANWEISUNGEN:

- Die Lösungen müssen durch Erklärungen erläutert werden.
- Diese müssen die Überlegungen darlegen, die zu den angegebenen Ergebnissen oder Lösungen führen.
- Wenn Graphen oder Diagramme verwendet werden, um eine Lösung zu finden, müssen diese als Teil der Antwort skizziert werden.
- Sofern nicht anders angegeben, wird keine volle Punktzahl erteilt, wenn für eine richtige Lösung keine erklärende Begründung oder Erläuterung gegeben wird, auf welchem Weg die Ergebnisse oder die Lösungen ermittelt wurden.
- Wenn die angegebene Lösung nicht korrekt ist, können trotzdem Teilpunkte vergeben werden, wenn erkennbar ist, dass eine geeignete Methode oder ein richtiger Ansatz verwendet wurde.

1) Lösen Sie die Gleichung $e^{4x-1} = 1$.

5 Punkte

2) Das Diagramm zeigt den Graphen einer Funktion f und den Graphen der Ableitung f' von f .



Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente am Graphen von f im Punkt mit der Abszisse $x = -2$.

5 Punkte

3) Die folgende Tabelle enthält Informationen über die Funktion f und ihre Ableitung f' .

| | | | | | |
|---------|----|----|----|----|---|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |
| $f(x)$ | 0 | 4 | 2 | 0 | 4 |
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + |

Skizzieren Sie einen möglichen Graphen für diese Funktion f .

5 Punkte

4) Gegeben ist die Funktion f durch

$$f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x+3}, \quad x > -3.$$

Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von f , für die gilt $F(-2) = 2$.

5 Punkte

TEIL A

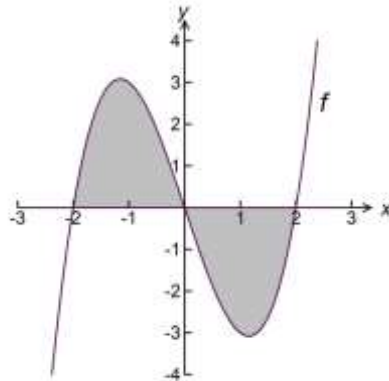
Seite 2/2

Punkte

- 5) Das Diagramm zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = x^3 - 4x.$$

Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche.



5 Punkte

- 6) In einer Klasse mit 21 Schülern wurden Kurse gewählt.

12 Schüler haben Biologie gewählt,

14 Schüler haben Musik gewählt und

2 Schüler haben weder Biologie noch Musik gewählt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Schüler sowohl Biologie als auch Musik gewählt hat.

5 Punkte

- 7) In einem Experiment sind Brotschnitten auf einer Seite mit Butter bestrichen.

Wenn man eine solche Brotschnitte fallen lässt, beträgt die

Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{5}$, dass die Butterseite unten zu liegen kommt.

Man lässt 3 Brotschnitten fallen.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei genau 2 Brotschnitten die Butterseite unten zu liegen kommt.

5 Punkte

- 8) 10 Schüler erhalten bei einem Test die folgenden Punktzahlen:

10 2 5 7 8 5 6 7 8 4.

Bestimmen Sie den Median, das untere Quartil, das obere Quartil und stellen Sie die Daten in einem Boxplot dar.

5 Punkte

MATHEMATIK 3 STUNDEN

TEIL B

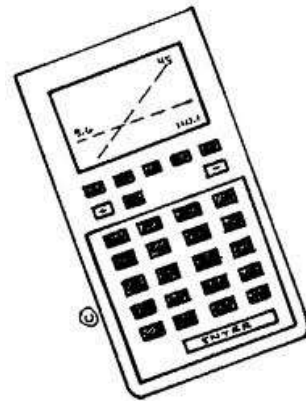
DATUM: 11. Juni 2019, Vormittag

DAUER DER PRÜFUNG:

2 Stunden (120 Minuten)

ERLAUBTE HILFSMITTEL:

Prüfung mit technologischem Hilfsmittel:
TI-Nspire Taschenrechner im Modus „Press-to-test“
Bleistift für Zeichnungen



BESONDERE ANWEISUNGEN:

- Verwenden Sie für jede Aufgabe eine eigene Seite.
- Die Lösungen müssen durch Erklärungen erläutert werden.
- Diese müssen die Überlegungen darlegen, die zu den angegebenen Ergebnissen oder Lösungen führen.
- Wenn Graphen oder Diagramme verwendet werden, um eine Lösung zu finden, müssen diese als Teil der Antwort skizziert werden.
- Sofern nicht anders angegeben, wird keine volle Punktzahl erteilt, wenn für eine richtige Lösung keine erklärende Begründung oder Erläuterung gegeben wird, auf welchem Weg die Ergebnisse oder die Lösungen ermittelt wurden.
- Wenn die angegebene Lösung nicht korrekt ist, können trotzdem Teilpunkte vergeben werden, wenn erkennbar ist, dass eine geeignete Methode oder ein richtiger Ansatz verwendet wurde.
- Einige Aufgaben können nur mit Hilfe des Rechners gelöst werden. Bei diesen Aufgaben befindet sich ein entsprechender Hinweis. Alle anderen Aufgaben können mit oder ohne Rechner gelöst werden.

| TEIL B | | |
|--|-----------|----------|
| AUFGABE B1 ANALYSIS | Seite 1/1 | Punkte |
| <p>Gegeben sind die Funktionen f und g durch</p> $f(x) = -x^2 - 2x + 5 \quad \text{und} \quad g(x) = x + 1.$ | | |
| <p>a) Skizzieren Sie die Graphen von f und g im selben Diagramm. Bestimmen Sie die Koordinaten ihrer Schnittpunkte.</p> | | 4 Punkte |
| <p>b) Der Inhalt A der Fläche, die begrenzt wird durch die Graphen der zwei Funktionen f und g zwischen den x-Werten a und b ist gegeben durch:</p> $A = \int_a^b f(x) - g(x) dx$ <p>Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die begrenzt wird durch die Graphen von f und g zwischen den x-Werten -4 und 1.</p> | | 2 Punkte |
| <p>c) Bestimmen Sie die x-Koordinate desjenigen Punkts auf dem Graphen von f, in dem die Tangente parallel zum Graphen von g ist.</p> | | 4 Punkte |

TEIL B

AUFGABE B2 ANALYSIS

Seite 1/1

Punkte

Verwenden Sie Ihren Rechner in a), b), d) und e).

In einem Experiment wird die Zeit, in der die grünen Teeblätter ziehen, untersucht.

Über die Teeblätter wird heißes Wasser gegossen.

Die Substanz Thein in den Teeblättern wird dabei im heißen Wasser gelöst.



Der Thein-Gehalt im heißen Tee in Abhängigkeit von der Zeit wird in einem Modell beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(x) = 48 \cdot (1 - e^{-0,6x}).$$

Dabei ist x die Zeit in Minuten, nachdem das heiße Wasser über die Teeblätter gegossen wurde, und $f(x)$ ist der Thein-Gehalt im heißen Tee, gemessen in mg pro Gramm Tee.

- a) Berechnen Sie den Thein-Gehalt nach einer Minute und nach 6 Minuten. 2 Punkte
- b) Zeichnen Sie das Schaubild von f für die ersten 10 Minuten. 3 Punkte
- c) Interpretieren Sie den Faktor 48 in der oben gegebenen Gleichung. 3 Punkte
- d) Der Tee ist trinkfertig, wenn der Thein-Gehalt den Wert von 33,6 mg/g erreicht hat.

Bestimmen Sie, zu welcher Zeit der Tee trinkfertig ist. 3 Punkte

- e) Der Tee enthält außerdem die Substanz Tannin. Der Tannin-Gehalt im heißen Tee wird in einem Modell beschrieben durch die Funktion g mit

$$g(x) = \frac{37}{1 + e^{-3x+6}}.$$

Dabei ist x die Zeit in Minuten, nachdem das heiße Wasser über die Teeblätter gegossen wurde, und $g(x)$ ist der Tannin-Gehalt im heißen Tee, gemessen in mg pro Gramm Tee.

Der Tee schmeckt am besten, wenn die Wachstumsrate des Tannin-Gehaltes $g'(x)$ ihr Maximum besitzt.

Bestimmen Sie, zu welcher Zeit der Tee am besten schmeckt. 4 Punkte

| TEIL B | | |
|---|-----------|---|
| AUFGABE B3 WAHRSCHEINLICHKEIT | Seite 1/1 | Punkte |
| <p>Verwenden Sie Ihren Rechner in allen Aufgaben.</p> <p>In einer Fabrik gibt es zwei Maschinen. Eine füllt Ananas-Saft in Büchsen und die andere füllt Eistee in Büchsen.</p> <p>Die Vorschrift besagt, dass die Büchsen 33 Zentiliter (cl) enthalten sollen. Büchsen, die weniger als 31,5 cl oder mehr als 34 cl enthalten, werden als unkorrekt gefüllt klassifiziert.</p> <p>a) Das Volumen, das die Maschine A in die Büchsen füllt, folgt einer Normalverteilung mit dem Erwartungswert $m = 32,5$ cl und der Standardabweichung $s = 0,5$ cl.</p> <p>Eine Büchse mit Ananas-Saft wird zufällig ausgewählt.</p> <p>Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Büchse unkorrekt gefüllt ist, den Wert 0,0241 besitzt.</p> <p>40 % aller Büchsen, die in der Fabrik gefüllt werden, enthalten Eistee. 3,25 % der Büchsen mit Eistee werden als unkorrekt gefüllt klassifiziert.</p> <p>b) Eine der Büchsen aus dieser Fabrik wird zufällig ausgewählt.</p> <p>Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass diese Büchse als unkorrekt gefüllt klassifiziert wird, den Wert 0,0275 besitzt.</p> <p>c) Wenn bekannt ist, dass eine zufällig aus der Produktion gewählte Büchse unkorrekt gefüllt ist, berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Büchse Ananas-Saft enthält.</p> <p>Die Büchsen mit Ananas-Saft werden in 6er-Kartons verpackt.</p> <p>d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem zufällig ausgewählten 6er-Karton genau eine unkorrekt gefüllte Büchse mit Ananas-Saft befindet.</p> <p>e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem zufällig ausgewählten 6er-Karton mehr als eine unkorrekt gefüllte Büchse mit Ananas-Saft befindet.</p> | | <p>3 Punkte</p> <p>3 Punkte</p> <p>3 Punkte</p> <p>3 Punkte</p> <p>3 Punkte</p> |

TEIL B

AUFGABE B4 STATISTIK

Seite 1/1

Punkte

Verwenden Sie Ihren Rechner in a), b), c), d) und f).

Die folgende Tabelle zeigt die globale Produktion von Plastik von 2010 bis 2013.

| Jahr | | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 |
|--------------------------------------|-----|------|------|------|------|
| Zeit in Jahren nach 2010 | x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Plastikproduktion (Millionen Tonnen) | y | 313 | 325 | 338 | 352 |

Quelle: <https://www.theatlas.com/charts/BkAVFsjrb>

Die Funktion f mit

$$f(x) = e^{5,745+0,040x}$$

ist ein exponentielles Modell, das auf den gegebenen Daten beruht.

$f(x)$ ist eine Schätzung für die Plastikproduktion in Millionen Tonnen zur Zeit x in Jahren nach 2010.

- | | |
|---|----------|
| a) Zeichnen Sie in ein gemeinsames Bild das Streudiagramm für die gegebenen Daten und das Schaubild der Funktion f . | 5 Punkte |
| b) Schätzen Sie mit dieser Funktion f die Plastikproduktion für 2015. | 2 Punkte |
| c) Schätzen Sie mit der Funktion f das Jahr, in dem die Plastikproduktion zum ersten Mal den Wert von 450 Millionen Tonnen übertreffen wird. | 3 Punkte |
| d) Bestimmen Sie eine Gleichung der Form $y = a \cdot b^x$ für die exponentielle Regression von y in Abhängigkeit von x unter Verwendung der gegebenen Daten. Geben Sie die Zahl b auf vier Dezimalstellen genau an. | 4 Punkte |

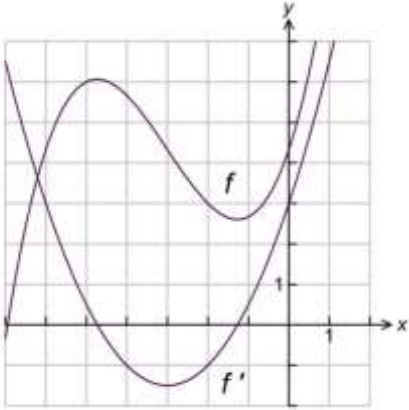
Verwenden Sie für e) und f) das exponentielle Regressionsmodell g mit

$$g(x) = 313 \times 1,040^x.$$

- | | |
|--|----------|
| e) Wie groß ist die jährliche prozentuale Wachstumsrate beim Modell g ? | 3 Punkte |
| f) Verwenden Sie beide Modelle und schätzen Sie die Plastikproduktion für 2020. Kommentieren Sie Ihre Ergebnisse. | 3 Punkte |

4. BEWERTUNGSSHEMA UND LÖSUNGSVORSCHLÄGE

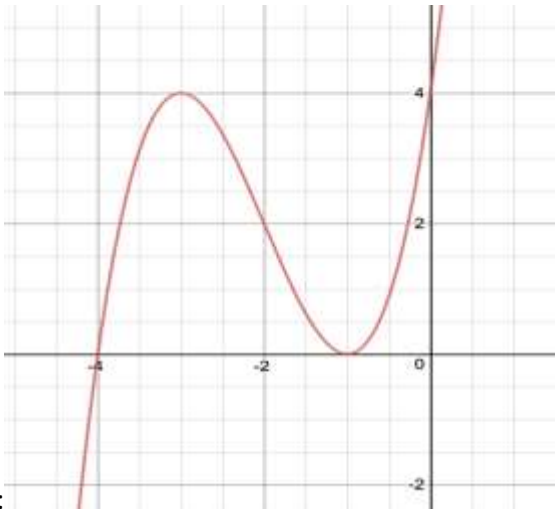
Im Folgenden wird anhand der Abiturprüfung MA 3P (Juni 2019) ein Bewertungsschema angegeben, das mit der Mathematikmatrix verknüpft ist. Der Kürze halber wurde das 5P-Bewertungsschema weggelassen, da es, angesichts des gemeinsamen Ansatzes für den 3P- und 5P-Kurs, einer gleichartigen Struktur folgen würde.

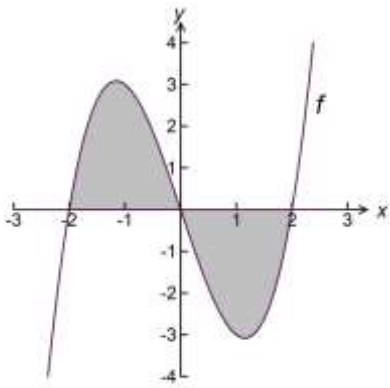
| Fragen Teil A (3P) - 2019 | | | | | | |
|---|----|----|----|----|---|--|
| 1. Wissen und Verständnis 2. Methoden 3. Problemlösen 4. Interpretation und Verknüpfung | 1. | 2. | 3. | 4. | Σ | Lernziele/ Aufgaben |
| A1 | | | | | | Analyse |
| Lösen Sie die Gleichung $e^{4x-1} = 1$. | | | | | 5 | |
| $e^{4x-1} = 1 \Leftrightarrow 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$ $4x - 1 = 0$ <p>Lösung: $x = \frac{1}{4}$</p> | 3 | 2 | | | | S7: Kenntnis der Exponential- funktion S2: Lösen einer Gleichung |
| A2 | | | | | | Analyse |
| Das Diagramm zeigt den Graphen einer Funktion f und den Graphen der Ableitung f' von f.  Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente am Graphen von f im Punkt mit der Abszisse $x = -2$. | | | | | 5 | |
| <u>1. Methode:</u> <u>2.</u> $x = -2$ in Tangentengleichung $y - f(-2) = f'(-2)(x - (-2))$. Schaubilder ergeben $f(-2) = 3$ und $f': f'(-2) = -1$. Tangentengleichung: $y - 3 = (-1)(x + 2) \Leftrightarrow y = -x + 1$. | 1 | 2 | 2 | | | S6: Kenntnis der Gleichung für eine |

| | | | | | |
|--|---|---|---|--|---|
| <p><u>2. Methode:</u></p> <p>$f(-2) = 3$ Schaubild von f: $f(-2) = -1$ und Tangentengleichung im Punkt mit der Abszisse $x = -2$ in die Gleichung Schaubild von f: $y = -x + 1$. Der Punkt $(-2 ; 3)$ muss die Tangentengleichung erfüllen: $3 = 2 + k \Leftrightarrow k = 1$. Das ergibt für die Tangentengleichung von f im Punkt mit der Abszisse $x = -2$:</p> | 1 | 2 | 2 | | Tangente am Graphen Lesen am Graphen und Kenntnis der Tangentengleichung Lösen (Berechnen und Reduzieren) |
|--|---|---|---|--|---|

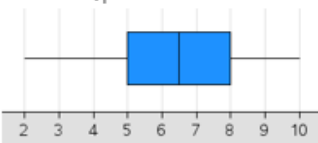
A3 Analyse

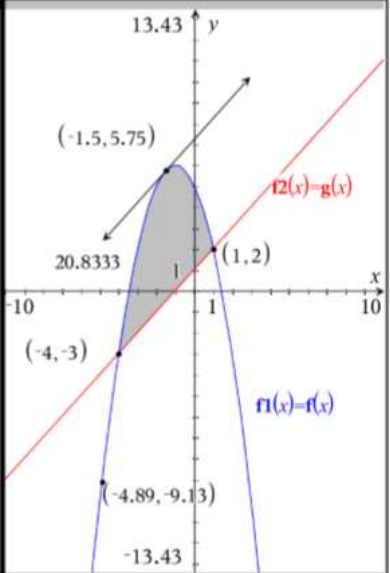
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-----|----|----|----|----|---|--------|---|---|---|---|---|---------|---|---|---|---|---|--|--|--|---|--|
| <p>Die folgende Tabelle enthält Informationen über die Funktion f und ihre Ableitung f'.</p> <table border="1" data-bbox="220 990 951 1162"> <tr> <td>x</td> <td>-4</td> <td>-3</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>2</td> <td>0</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>Skizzieren Sie einen möglichen Graphen dieser Funktion f.</p> | x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | $f(x)$ | 0 | 4 | 2 | 0 | 4 | $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + | | | | 5 | |
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $f(x)$ | 0 | 4 | 2 | 0 | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + | | | | | | | | | | | | | | | | | | |


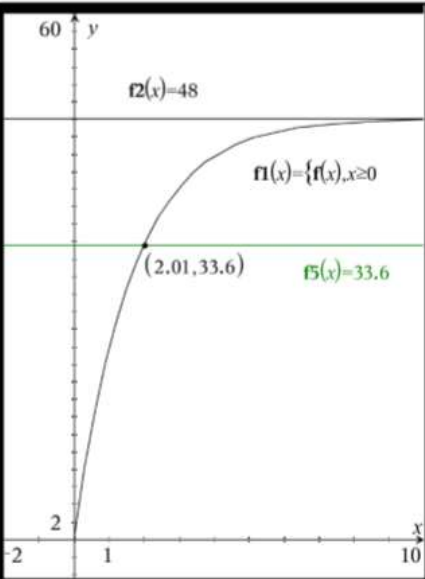
| | | | | | |
|--|---|---|---|--|---|
| <p>Zum Beispiel:</p>  | 1 | 3 | 1 | | S6: Skizzieren eines möglichen Graphen |
|--|---|---|---|--|---|

| A4 | Analyse | | | | |
|---|---------|---|---|---|--|
| <p>Gegeben ist die Funktion f durch</p> $f(x) = 2x + 3 + \frac{1}{x+3}, \quad x > -3.$ <p>Bestimmen Sie diejenige Stammfunktion F von f für die gilt $F(-2) = 2$.</p> | | | | 5 | |
| <p>Menge aller Stammfunktionen von f, da $x > -3$</p> $\int f(x) dx = x^2 + 3x + \ln(x+3) + k$ <p>Gesuchte Stammfunktion F von f: $F(-2) = 2$</p> $(-2)^2 + 3 \cdot (-2) + \ln 1 + k = 2$ $4 - 6 + k = 2, k = 4$ <p>Hieraus folgt:</p> $F(x) = x^2 + 3x + \ln(x+3) + 4 \quad x > -3$ | 2 | 2 | 1 | | <p>S7: Bestimmen einer Stammfunktion</p> <p>Anwenden einer Bedingung</p> <p>Schlussfolgern: Stammfunktion</p> |
| A5 | Analyse | | | | |
| <p>Das Diagramm zeigt den Graphen der Funktion f mit der Gleichung</p> $f(x) = x^3 - 4x.$  <p>Berechnen Sie den Inhalt der schraffierten Fläche.</p> | | | | 5 | |
| <p>Das Schaubild von f schneidet die x-Achse bei $x = -2$, $x = 0$ und $x = 2$.</p> <p>Inhalt der schraffierten Fläche:</p> $A = \int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_{-2}^0 f(x) dx = 2 \int_0^2 (-f(x)) dx$ <p>da das Diagramm in Bezug auf den Ursprung symmetrisch ist.</p> $A = 2 \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx = 2 \cdot \left[\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_{-2}^0 = 8$ | 2 | 2 | 1 | | <p>S7: Erkennen</p> <p>Formel erstellen und Integral rechnen</p> |

| A6 | | | | | Wahrscheinlichkeit |
|---|---|---|---|---|---|
| <p>In einer Klasse mit 21 Schülern wurden Kurse gewählt: 12 Schüler haben Biologie gewählt, 14 Schüler haben Musik gewählt und 2 Schüler haben weder Biologie noch Musik gewählt.</p> <p>Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Schüler aus dieser Klasse sowohl Biologie als auch Musik gewählt hat.</p> | | | | 5 | |
| <p>19 Schüler haben Biologie und/oder Musik gewählt.</p> <p>Also haben $14 + 12 - 19 = 7$ die sowohl Biologie als auch Musik gewählt.</p> <p>Die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Schüler dieser Klasse sowohl Biologie als auch Musik gewählt hat, beträgt: $P(\text{Schüler hat sowohl Biologie als auch Musik gewählt})$ $= \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$.</p> | 2 | 2 | 1 | | <p>S7:</p> <p>Analysieren und erklären</p> <p>Berechnen</p> |
| A7 | | | | | Wahrscheinlichkeit |
| <p>In einem Experiment sind Brotschnitten auf einer Seite mit Butter bestrichen.</p> <p>Wenn man eine solche Brotschnitte fallen lässt, beträgt die Wahrscheinlichkeit $\frac{3}{5}$, dass die Butterseite unten zu liegen kommt.</p> <p>Man lässt 3 Brotschnitten fallen.</p> <p>Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei genau 2 dieser Brotschnitten die Butterseite unten zu liegen kommt.</p> | | | | 5 | |
| <p>$P(\text{genau 2 Brotschnitten – Butterseite unten})$</p> $= 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{54}{125}$ | 2 | 3 | | | <p>Erkennen der Binomialverteilung mit Param.</p> <p>Ausrechnen</p> |
| A8 | | | | | Statistiken |
| <p>10 Schüler erhalten bei einem Test die folgenden Punktzahlen:</p> <p style="text-align: center;">10 2 5 7 8 5 6 7 8 4 .</p> <p>Bestimmen Sie den Median, den unteren und oberen Quartil und stellen Sie die Daten in einem Boxplot dar.</p> | | | | 5 | |

| | | | | | |
|--|---|---|--|--|---|
| <p>Anordnung der Daten in ansteigender Form:</p> <p>2 4 5 5 6 7 7 8 8 10</p> <p style="margin-left: 100px;">↑ ↑ ↑</p> <p>Median: $6,5$; unteres Quartil $q_1 = 5$ und oberes Quartil $q_3 = 8$.</p>  <p style="text-align: center;">Boxplot</p> | 2 | 3 | | | <p>S7: Bestimmen des Medians, der Quartile. Mithilfe eines Boxplots darstellen</p> |
|--|---|---|--|--|---|

| Fragen Teil B (3P) - 2019 | | | | | | |
|--|----|----|----|----|----|--|
| 1. Wissen und Verständnis 2. Methoden 3. Problemlösen 4. Interpretation und Verknüpfung | 1. | 2. | 3. | 4. | Σ | Lernziele/ aufgaben |
| B1 | | | | | | Analyse |
| <p>Gegeben sind die Funktionen f und g durch</p> $f(x) = -x^2 - 2x + 5 \text{ und } g(x) = x + 1.$ <p>a) Skizzieren Sie die Graphen von f und g im selben Diagramm. Bestimmen Sie die Koordinaten ihrer Schnittpunkte. 4 Punkte</p> <p>b) Der Inhalt A der Fläche, die begrenzt wird durch die Graphen der zwei Funktionen f und g zwischen den x-Werten a und b ist gegeben durch:</p> $A = \int_a^b f(x) - g(x) dx$ <p>Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die begrenzt wird durch die Graphen von f und g zwischen den x-Werten -4 und 1. 2 Punkte</p> <p>c) Bestimmen Sie die x-Koordinate desjenigen Punkts auf dem Graphen von f, in dem die Tangente parallel zum Graphen von g ist. 4 Punkte</p> | | | | | 10 | S6/S7: Lineare und quadratische Modelle Flächeninhalt des Bereichs, der durch zwei Graphen und zwischen x -Werten begrenzt ist |
| <p>Math3p-2019-B1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>$f(x) := -x^2 - 2 \cdot x + 5$ • Fertig $g(x) := x + 1$ • Fertig a) Vgl. → Am Graphen gefunden: Die Schnittpunkte sind $(-4, -3)$ und $(1, 2)$. Sie können auch gefunden werden durch Lösen der Gleichung $f(x) = g(x)$: solve($f(x) = g(x), x$) • $x = -4$ or $x = 1$</p> <p>b) Für den Flächeninhalt gilt:</p> $\int_{-4}^1 (f(x) - g(x)) dx = \frac{125}{6} \approx 20.8333.$ <p>Auch eine graphische Bestimmung ist möglich.</p> </div>  <p>c) Ableitung fp von f: $fp(x) := \frac{d}{dx}(f(x))$ • Fertig solve($fp(x) = 1, x$) • $x = \frac{-3}{2}$ x-Koordinate ist $\frac{-3}{2}$. Die Tangente in diesem Punkt ist eingezeichnet (nicht verlangt)</p> | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | Skizzieren der Schaubilder Bestimmen der Koordinaten von Schnittpunkten Berechnen des Inhaltes der Fläche (zwischen zwei x -Werten begrenzt) Den x -Koordinaten bestimmen Parallele Geraden kennzeichnen |

| B2 | | | | | | Analyse |
|--|---|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------|----|--|
| <p>Verwenden Sie Ihren Rechner in a), b), d) und e).</p> <p>In einem Experiment wird die Zeit, in der die grünen Teeblätter ziehen, untersucht. Über die Teeblätter wird heißes Wasser gegossen.</p> <p>Die Substanz Thein in den Teeblättern wird dabei im heißen Wasser gelöst.</p> <p>Der Thein-Gehalt im heißen Tee in Abhängigkeit von der Zeit wird in einem Modell beschrieben durch die Funktion f mit</p> $f(x) = 48 \cdot (1 - e^{-0.6x}).$ <p>Dabei ist x die Zeit in Minuten, nachdem das heiße Wasser über die Teeblätter gegossen wurde, und $f(x)$ ist der Thein-Gehalt im heißen Tee, gemessen in mg pro Gramm Tee.</p> <p>a) Berechnen Sie den Thein-Gehalt nach einer Minute und nach 6 Minuten.</p> <p>b) Zeichnen Sie das Schaubild von f für die ersten 10 Minuten.</p> <p>c) Interpretieren Sie den Faktor 48 in der oben gegebenen Gleichung.</p> <p>d) Der Tee ist trinkfertig, wenn der Thein-Gehalt den Wert von 33,6 mg/g erreicht hat. Bestimmen Sie, zu welcher Zeit der Tee trinkfertig ist.</p> <p>e) Der Tee enthält außerdem die Substanz Tannin. Der Tannin-Gehalt im heißen Tee wird in einem Modell beschrieben durch die Funktion g mit</p> $g(x) = \frac{37}{1 + e^{-3x+6}}.$ <p>Dabei ist x die Zeit in Minuten, nachdem das heiße Wasser über die Teeblätter gegossen wurde, und $g(x)$ ist der Tannin-Gehalt im heißen Tee, gemessen in mg pro Gramm Tee.</p> <p>Der Tee schmeckt am besten, wenn die Wachstumsrate des Tannin-Gehaltes $g'(x)$ ihr Maximum besitzt. Bestimmen Sie, zu welcher Zeit der Tee am besten schmeckt.</p> |  | | | | 15 | S7: <i>Exponential-funktionen</i> |
| <p>Math3p-2019-B2</p> <div data-bbox="124 1422 542 1998"> <p>$f(x) := 48 \cdot (1 - e^{-0.6 \cdot x}) \cdot \text{Fertig}$</p> <p>a) $f(1) \cdot 21.657$ $f(6) \cdot 46.6885$ Konzentration nach 1 Minute: 21.6 mg/g Konzentration nach 6 Minuten: 46.7 mg/g</p> <p>b) see graph →</p> <p>c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x)) \cdot 48.$ Der obere Grenzwert der Thein-Konzentration ist 48 mg/g. Vgl. Graph →</p> <p>d) solve($f(x)=33.6, x$) $\cdot x=2.00662$ Nach 2,0 Minuten beträgt die Konzentration 33.6 mg/g Sie kann ebenfalls gefunden werden am Graphen mit dem Intersection-Befehl.</p> </div> <div data-bbox="550 1422 976 1998">  </div> | <p>2 Punkte</p> <p>3 Punkte</p> <p>3 Punkte</p> <p>3 Punkte</p> <p>4 Punkte</p> | <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>2</p> | <p>1</p> <p>2</p> <p>1</p> <p>1</p> | <p>1</p> <p>2</p> | | <p>Berechnen des y-Wertes</p> <p>Zeichnen des Diagramms</p> <p>Interpretieren eines Faktors</p> <p>Lösen einer Exponential-Gleichung</p> |

e) $g(x) := \frac{37}{1 + e^{-3 \cdot x + 6}}$ • Fertig

$gp(x) := \frac{d}{dx}(g(x))$ • Fertig

$fMax(gp(x), x) \cdot x = 2$

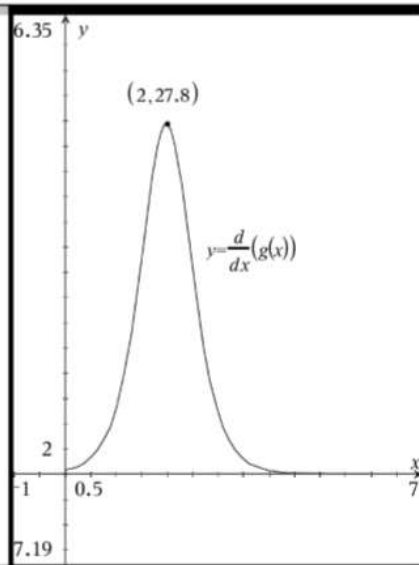
Kann auch am Graphen gefunden werden.

Kann auch gefunden werden durch Lösen der Gleichung:

$$\frac{d^2}{dx^2}(g(x)) = 0$$

$$\text{solve}\left(\frac{d^2}{dx^2}(g(x)) = 0, x\right) \cdot x = 2$$

Am besten ist der Tee nach 2 Minuten.



1

2

1

Lösen einer Gleichung

| B3 | | | | | Wahrscheinlichkeit | |
|---|----------|---|---|---|--------------------|---|
| <p>Verwenden Sie Ihren Rechner in allen Aufgaben.</p> <p>In einer Fabrik gibt es zwei Maschinen. Eine füllt Ananas-Saft in Büchsen und die andere füllt Eistee in Büchsen.</p> <p>Die Vorschrift besagt, dass die Büchsen 33 Zentiliter (cl) enthalten sollen. Büchsen, die weniger als 31,5 cl oder mehr als 34 cl enthalten, werden als unkorrekt gefüllt klassifiziert.</p> <p>a) Das Volumen, das die Maschine A in die Büchsen füllt, folgt einer Normalverteilung mit dem Erwartungswert $\mu = 32,5$ cl und der Standardabweichung $\sigma = 0,5$ cl.</p> <p>Eine <u>Büchse mit Ananas-Saft</u> wird zufällig ausgewählt.</p> <p>Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Büchse unkorrekt gefüllt ist, den Wert 0,0241 besitzt.</p> <p>40 % aller Büchsen, die in der Fabrik gefüllt werden, enthalten Eistee. 3,25 % der Büchsen mit Eistee werden als unkorrekt gefüllt klassifiziert.</p> <p>b) Eine der Büchsen aus dieser Fabrik wird zufällig ausgewählt.</p> <p>Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit, dass diese Büchse als unkorrekt gefüllt klassifiziert wird, den Wert 0,0275 besitzt.</p> <p>c) Wenn bekannt ist, dass eine zufällig aus der Produktion gewählte Büchse unkorrekt gefüllt ist, berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Büchse Ananas-Saft enthält.</p> <p>Die Büchsen mit Ananas-Saft werden in 6er-Kartons verpackt.</p> <p>d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem zufällig ausgewählten 6er-Karton genau eine unkorrekt gefüllte Büchse mit Ananas-Saft befindet.</p> <p>e) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich in einem zufällig ausgewählten 6er-Karton mehr als eine unkorrekt gefüllte Büchse mit Ananas-Saft befindet.</p> | 3 Punkte | | | | 15 | <p>S6:Allgemeine Wahrscheinlichkeitsregeln, Abhängige Ereignisse, Bedingte Wahrscheinlichkeiten</p> <p>S7: Normalverteilung</p> |
| <p>a) $P(\text{unkorrekt gefüllt aus A}) = 1 - \text{normCdf}(31,5,34,32,5,0,5) = \mathbf{0.0241}$ or $\text{normCdf}(-\infty,31,5,32,5,0,5) + \text{normCdf}(34,\infty,32,5,0,5) \cdot 0.0241$</p> <p>b) $P(\text{unkorrekt gefüllt}) = P(\text{unkorrekt gefüllt} A) \cdot P(A) + P(\text{unkorrekt gefüllt} B) \cdot P(B) = 0.0241 \cdot 0.6 + 0.0325 \cdot 0.4 = \mathbf{0.02746}$ i.e. 2.75 % aller Büchsen werden als unkorrekt gefüllt klassifiziert.</p> <p>c) $P(\text{Ananas} \text{unkorrekt gefüllt}) = \frac{P(\text{Ananas} \cap \text{unkorrekt gefüllt})}{P(\text{unkorrekt gefüllt})} = \frac{P(\text{unkorrekt gefüllt} \text{Ananas}) \cdot P(\text{Ananas})}{0.02746} = \frac{0.0241 \cdot 0.6}{0.02746} = \mathbf{0.526584}$ oder unter Verwendung des gerundeten Ergebnisses</p> <p>b): $\frac{0.0241 \cdot 0.6}{0.0275} = \mathbf{0.525818}$</p> <p>d) $P(\text{genau 1 unkorrekte gefüllte Büchse im 6er-Karton}) = \text{binomPmf}(6,0.0241,1) = \mathbf{0.127996} \approx \mathbf{0.128}$</p> <p>e) $P(\text{mehr als 1 unkorrekte gefüllte Büchse im 6er-Karton}) = \text{binomCdf}(6,0.0241,2,6) = \mathbf{0.008167} \approx \mathbf{0.0082}$</p> | | 2 | 1 | 1 | 2 | <p>Berechnen einer Wahrscheinlichkeit (Normalvert.) Bedingte Wahrscheinlichkeit Id.</p> <p>Binomialverteilung Id.</p> |

Verwenden Sie Ihren Rechner in a), b), c), d) und f).

Die folgende Tabelle zeigt die globale Produktion von Plastik von 2010 bis 2013.

| Jahr | | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 |
|--------------------------------------|-----|------|------|------|------|
| Zeit in Jahren nach 2010 | x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Plastikproduktion (Millionen Tonnen) | y | 313 | 325 | 338 | 352 |

Quelle: <https://www.theatlant.com/charts/BkAVFsjrb>

Die Funktion f mit

$$f(x) = e^{5,745+0,040x}$$

ist ein exponentielles Modell, das auf den gegebenen Daten beruht.

$f(x)$ ist eine Schätzung für die Plastikproduktion in Millionen Tonnen zur Zeit x in Jahren nach 2010.

- a) Zeichnen Sie in ein gemeinsames Bild das Streudiagramm für die gegebenen Daten und das Schaubild der Funktion f . 5 Punkte
- b) Schätzen Sie mit dieser Funktion f die Plastikproduktion für 2015. 2 Punkte
- c) Schätzen Sie mit der Funktion f das Jahr, in dem die Plastikproduktion zum ersten Mal den Wert von 450 Millionen Tonnen übertreffen wird. 3 Punkte
- d) Bestimmen Sie eine Gleichung der Form $y = a \cdot b^x$ für die exponentielle Regression von y in Abhängigkeit von x unter Verwendung der gegebenen Daten. Geben Sie die Zahl b auf vier Dezimalstellen genau an. 4 Punkte

Verwenden Sie für e) und f) das exponentielle Regressionsmodell g mit

$$g(x) = 313 \cdot 1,040^x.$$

- e) Wie groß ist die jährliche prozentuale Wachstumsrate beim Modell g ? 3 Punkte
- f) Verwenden Sie beide Modelle und schätzen Sie die Plastikproduktion für 2020. Kommentieren Sie Ihre Ergebnisse. 3 Punkte

$f(x) := e^{5.745 + 0.04 \cdot x} \cdot \text{Fertig}$
 Streudiagramm und Schaubild ->

b) $f(5) = 382$; **382 Millionen Tonnen in 2015**

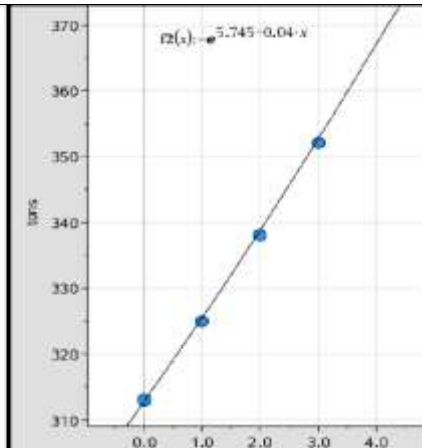
c) solve($f(x) - 450, x$) = 9.10619

$x = 10$ (2020): $f(10) = 466.38$

Die Plastikproduktion wird zum ersten Mal den Wert von 450 Millionen Tonnen übertreffen im Jahre 2020.

d) Vgl. Liste auf der Nächsten Seite.

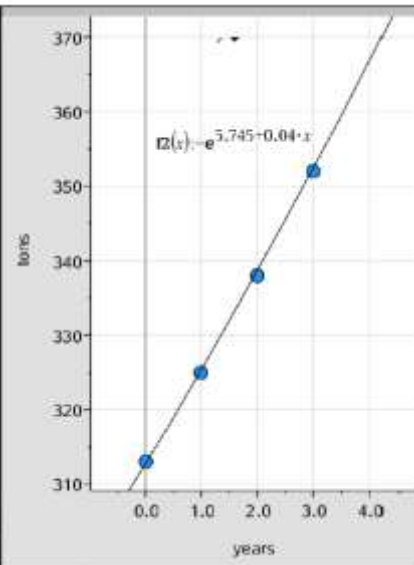
$\pi(x) = 312.765 \cdot (1.03993)^x$



2 3
 1 1
 2 2
 1
 4

Streudiagramm **zeichnen**
 Expon. -Modell
 Einen Wert **schätzen**
Id.
 Eine Gleichung für die exponentielle Regression **erstellen**

| ye... | B tons | C | D | E |
|-------|--------|----------------|------------|------------|
| = | | | =ExpReg(| |
| 1 | 0 | 313 | Title | Régress... |
| 2 | 1 | 325 | RegEqn | a*b^x |
| 3 | 2 | 338 | a | 312.765 |
| 4 | 3 | 352 | b | 1.03993 |
| 5 | | r ² | | 0.999713 |
| 6 | | r | | 0.999857 |
| 7 | | Resid | {0.23545.. | |
| 8 | | ResidTra.. | {7.52529.. | |
| 9 | | | | |
| 10 | | | | |
| 11 | | | | |
| 12 | | | | |
| A.J. | 0 | | | |



1 1 1
 2 1

Ein Regressionsmodell **gebrauchen** und **interpretieren**
Analysieren Ergebnisse **vergleichen** und **kommentieren**

e) $g(x) = 313 \cdot (1.04)^x$

Jährliches prozentuales Wachstum

$(1.04 - 1) \cdot 100 \% = 4.0 \% \text{ pro Jahr.}$

f) Eingabe dieses Ausdrucks in den Rechner ergibt sofort

$e^{5.745 + 0.04 \cdot x} = 312.624 \cdot (1.04081)^x$ oder $f(x) = 312.624 \cdot (1.04081)^x$

oder mit Potenzen: $e^{5.745} = 312.624$ und $e^{0.04 \cdot x} = (1.04081)^x$

Die gerundeten Ergebnisse der Modelle f und g stimmen überein.